|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GD&ĐT HẢI DƯƠNG**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9 THCS**  **NĂM HỌC 2017-2018**  **Môn: TOÁN**  *Thời gian làm bài: 150 phút*  *( Đề thi gồm 01 trang)* |

**Câu 1 (2,0 điểm)**

a) Cho  Rút gọn biểu thức với  .

b) Cho x, y, z là các số khác 0 và đôi một khác nhau thỏa mãn . Chứng minh .

**Câu 2 (2,0 điểm)**

a) Giải phương trình ****.

b) Giải hệ phương trình .

**Câu 3 (2,0 điểm)**

a) Tìm các số thực  sao cho  và  đều là số nguyên.

b) Tìm các số tự nhiên có dạng , biết rằng  là một số chia hết cho 3267.

**Câu 4 (3,0 điểm)**

Cho hình bình hành có , đường phân giác góc  cắt cạnh và đường thẳng lần lượt tại và. Gọi lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp và.

1. Chứng minh rằng  thuộc đường tròn .
2. Khi vuông góc với.

a) Tiếp tuyến của  tại cắt đường thẳng tại. Chứng minh rằng 

b) Đường tròn  và  cắt nhau tại điểm ( khác). Kẻ tiếp tuyến chung ( thuộc, thuộc  và nằm cùng phía bờ ), dựng hình bình hành. Chứng minh .

**Câu 5 (1,0 điểm)**

Cho các số thực dương *x, y, z* thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức .

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh : .................................................Số báo danh:.......................

Chữ kí giám thị 1:..................................Chữ kí giám thị 2:.................................

|  |  |
| --- | --- |
| SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  HẢI DƯƠNG  **HƯỚNG DẪN CHẤM** | HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ BIỂU ĐIỂM  ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS  NĂM HỌC 2017-2018  Môn: TOÁN  (*Đáp án gồm có 5 trang*) |

(Điểm toàn bài lấy điểm lẻ đến 0,25; thí sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung kiến thức** | **Điểm** |
| **1(2,0 điểm)** |  |  |
| **1a)(1,0 đ)** | Cho biểu thức Rút gọn biểu thức với  . |  |
|  |  | 0,25 |
|  |  | 0,25 |
|  |  | 0,25 |
|  |  | 0,25 |
| **1b)(1,0 đ)** | Cho x, y, z là các số khác 0 và đôi một khác nhau thỏa mãn . Chứng minh  . |  |
|  | Từ giả thiết ta có xy + yz + zx = 0(1) | 0,25 |
|  |  | 0,25 |
|  | Tương tự | 0,25 |
|  | Từ (1) và (2) được điều cần chứng minh | 0,25 |
| **2(2,0 điểm)** |  |  |
| **2a)(1,0 đ)** | Giải phương trình (1) |  |
|  | Điều kiện, đặt | 0,25 |
|  | Thay vào (1) ta có | 0,25 |
|  | +) Với a=b ta có  vô nghiệm | 0,25 |
|  | +) Với    PT đã cho có nghiệm duy nhất x = 3 | 0,25 |
| **2b)(1,0 đ)** | Giải hệ phương trình  **.** |  |
|  | Thay (1) vào (2) được | 0,25 |
|  | Thay vào (2) ta được : | 0,25 |
|  | Thử lại : +) Với x = y = 0 thay vào (1) không thoả mãn. | 0,25 |
|  | +) Với thay vào (1) thoả mãn.  +) Với thay vào (1) thoả mãn.  Vậy nghiệm của hệ phương trình: | 0,25 |
| **3(2,0 điểm)** |  |  |
| **3a)(1,0 đ)** | Tìm các số thực x sao cho  và  đều là số nguyên. |  |
|  | Điều kiện:  Đặt , . Thay  vào biểu thức , ta được: | 0,25 |
|  | Do  là số vô tỉ, nên , do đó | 0,25 |
|  |  | 0,25 |
|  | Thử lại với  thì thấy  là số nguyên. | 0,25 |
| **3b)(1,0 đ)** | Tìm các số có dạng , biết rằng  là một số chia hết cho 3267.  Gọi số  thoả mãn đề bài là chữ số và  Ta có  là số chia hết cho 3267 nên | 0,25 |
|  | - Nếu a = b thì ta có các số thoả mãn yêu cầu bài toán là 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99. | 0,25 |
|  | - Nếu  thì  Mà , nên .  Khi đó  Để  là số chia hết cho 3267 thì  phải là số chia hết cho 3 do đó  hoặc | 0,25 |
|  | + Nếu , kết hợp với  tìm được  Khi đó  (thoả mãn)  + Nếu , kết hợp với  tìm được  Khi đó  (thoả mãn)  + Nếu , kết hợp với  không là số tự nhiên thoả mãn  Vậy các số phải tìm là 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 74,47. | 0,25 |
| **4(3,0 điểm)** |  |  |
| **4.1)(1,0 đ)** | Cho hình bình hành ABCD có , đường phân giác góc  cắt cạnh BC và đường thẳng CD lần lượt tại E và F. Gọi O, O’ lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và CEF.   1. Chứng minh rằng O’ thuộc đường tròn (O).     Ta có  cân tại B  do đó | 0,25 |
|  | mà  và  suy ra  lại có  (do OC ⊥ EF) | 0,25 |
|  | do đó  Δ (g.c.g) nên  Do đó các điểm O’, C, D, B thuộc cùng đường tròn | 0,25 |
| **4.2)(2,0 đ)** |  |  |
| **4.2a)(1,0đ)** | 2)Khi DE vuông góc với BC.  a) Tiếp tuyến của (O) tại D cắt đường thẳng BC tại G. Chứng minh rằng    E nằm giữa O và C | 0,25 |
|  | Do  mà  nên  là phân giác của  (1) | 0,25 |
|  | Do  DB là phân giác ngoài đỉnh D của  ( 2 ) | 0,25 |
|  | Từ (1) và (2) suy ra : | 0,25 |
| **4.2b)(1,0đ)** | Đường tròn (O) và (O’) cắt nhau tại điểm H( H khác C). Kẻ tiếp tuyến chung IK( I thuộc (O), K thuộc (O’) và H, I, K nằm cùng phía bờ OO’), dựng hình bình hành CIMK. Chứng minh . |  |
|  | Gọi N là giao điểm của IK và CH  Chứng minh được tam giác IHN đồng dạng với CIN =>  Chứng minh được tam giác KNH đồng dạng với CNK   hay N là trung điểm của IK  Mà CIMK là hình bình hành  là trung điểm của MC  thẳng hàng thẳng hàng | 0,25 |
|  | Gọi P là giao của OO’ và HCOO’ là trung trục của HC  N là trung điểm của CM | 0,25 |
|  | Tứ giác OO’KI là hình thang, gọi Q là trung điểm của OO'  là đường trung bình của hình thang | 0,25 |
|  | Do E nằm giữa O, C nên  nên Q không trùng với P mà NP vuông góc với OO' | 0,25 |
| **5(1,0 điểm)** | Cho các số thực dương *x, y, z* thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức . |  |
|  | Vì *x, y, z* dương, áp dụng BĐT Cô-si ta có:  +)  +)  (2) | 0,25 |
|  | Từ (1) và (2) => :. Tương tự :  ;  (3) | 0,25 |
|  | Chứng minh được  (4)  Từ (3) và (4) có : | 0,25 |
|  | khi  thì  nên giá trị lớn nhất của A bằng | 0,25 |