|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TP. HẢI DƯƠNG**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI HSG LỚP 9- VÒNG 2**  **NĂM HỌC 2017 - 2018**  **Môn thi: TOÁN**  *Thời gian làm bài: 150 phút,*  (Đề thi gồm 05 câu, 01 trang)  Ngày thi 15/01/2018 |

**Câu 1 (2,0 điểm):**

1) Cho đa thức f(x) có bậc 2018 và thỏa mãn: 

Với  Tính 

2) Cho a, b, c là các số thực đôi một khác nhau thỏa mãn



Chứng minh rằng (1 - a)(1 - b)(1 - c) = (1- abc)

**Câu 2 (2,0 điểm):**

1. Giải phương trình: 
2. Giải hệ phương trình: 

**Câu 3 (2,0 điểm):**

1. Tìm hai số chính phương liên tiếp m và n (0 < m < n) sao cho m = và n =
2. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: 

**Câu 4 (3,0 điểm):**

1. Cho đường tròn (O ; R) cắt đường tròn (O’ ; r) tại A và B; R > r.
2. Vẽ hình bình hành OCO’B. Chứng minh rằng: 4 điểm C; A; O’; O cùng thuộc một đường tròn.
3. Qua A vẽ cát tuyến EF bất kì  ; . Chứng minh rằng đường trung trực của EF luôn đi qua một điểm cố định.
4. Cho tam giác ABC không phải là tam giác đều có BC = a, AC = b, AB = c. Gọi I, G theo thứ tự là tâm đường tròn nội tiếp và trọng tâm của tam giác ABC. Biết IG ⊥ IC, tính giá trị của 

**Câu 5 (1,0 điểm):** Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của

 với 2 ≤ x ≤ 6

.........................................Hết.........................................

*Họ và tên thí sinh: .......................................................................SBD:..................................*

*Giám thị thứ nhất:..................................................Giám thị thứ hai:......................................*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TP. HẢI DƯƠNG** | | | **HƯỚNG DẪN CHẤM**  ĐỀ THI HSG LỚP 9- VÒNG 2  NĂM HỌC 2017 - 2018  Môn thi: TOÁN  (Hướng dẫn chấm gồm 5 câu, 07 trang) | |
| **CÂU** | | **Ý** | **NỘI DUNG** | | **ĐIỂM** | |
| **1**  **2,0đ** | | **1.**  **1,0**  **đ** | Đặt Q(x)=x.f(x) – 1 (\*) do f(x) có bậc 2018  => Q(x) có bậc 2019 (1)  Do  với  với  => Q(x) có 2019 nghiệm là  (2)  Từ (1) (2) => Q(x)=a(x-1)(x-2)(x-3)…(x-2019) với a là hằng số  0 (3)  (\*) => Có Q(2020) = 2020f(2020) – 1  Từ (3) có Q(2020) = a(2020-1)(2020-2)(2020-3)…(2020-2019)  => Q(2020) = a.2019.2018.2017…1  => Q(2020) = a.2019! => 2020.f(2020) – 1 = a.2019! (4)  Từ (\*) => Hệ số tự do của Q(x) là -1  Từ (3) => Hệ số tự do của Q(x) là a(-1)(-2)(-3)…(-2019) = -a.2019!  => - a.2019! = -1    Từ (4) =>    Vậy  (đpt) | | 0,25  0,25  0,25  0,25 | |
|  | | **2.**  **1,0đ** | Đặt  Từ gt ta có x + y + z = 0      (1)  Biến đổi vế trái của (1) ta được  = 3(a - b)(b - c)(c - a)(1 - abc)  = 3(a - b)(b - c)(c - a)(1 - abc)  (1 - a)(1 - b)(1 - c) = (1- abc) (a, b, c đôi một khác nhau) | | **0,25**  **0,25**  **0,25**  **0,25** | |
| **2**  **2,0đ** | | **1.**  **1,0đ** | (ĐK: )          do      do  và  (1)  Giải phương trình này  (T/m)  KL: Phương trình có 2 nghiệm | | **0,25**  **0,25**  **0,25**  **0,25** | |
|  | | **2.**  **1,0đ** | *Giải hệ phương trình:*  ĐK: x ≥ ; y ≥  Nhân cả hai vế của phương trình thứ hai với 2 rồi trừ theo vế của hai phương trình ta có:      Bằng cách lập hiệu tương ứng ta có x = y + 1  Thay vào 1 trong hai phương trình của hệ ban đầu ta được x = 2; y = 1  Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất x = 2; y = 1 | | **0,25**  **0,25**  **0,25**  **0,25** | |
| **3.**  **2,0đ** | | **1.**  **1,0đ** | Vì m, n là hai số nguyên liên tiếp (m < n) nên n = m + 1    ⇒ 10c + b = 10b + c + 2m + 1  ⇒ 9(c - b) = 2m + 1 (1)  Từ (1) ta có c - b là số lẻ  Do n = nên n ≤ 31 ⇒ m ≤ 30  Ta có 10 ≤ m ≤ 30 nên 21 ≤ 2m + 1 ≤ 61  ⇒ 21 ≤ 9(c - b) ≤ 61 ⇒ 3 ≤ c - b ≤ 6  Mà c - b là số lẻ nên c - b = 3; 5  \*) Nếu c - b = 3, thay vào (1) ta có 2m + 1 = 27 ⇒ m = 13; n = 14  ⇒ m = 169; n = 196 ( thỏa mãn)  \*) Nếu c - b = 5 tính được m = 22; n = 23.  Khi đó m = 484; n = 529 (loại)  Vậy ta có 2 số cần tìm là 169 và 196 | | **0,25**  **0,25**  **0,25**  **0,25** | |
|  | | **2.**  **1,0đ** | + Nếu x > 0  vô lý do x2 và (x+1)2 là hai số chính phương liên tiếp.  => Phương trình (1) không có nghiệm nguyên với  + Nếu x=0 hoặc x= -1 từ (1)      + Nếu x< -1  vô lý (loại)  KL: Phương trình có 4 nghiệm nguyên (x; y) là | | **0,25**  **0,25**  **0,25**  **0,25** | |
| **4**  **3,0đ** | | **1.**  **2,0đ** | ***M***  ***C***  ***I***  ***A***  ***B***  ***O***  ***O'***  ***Q***  ***E***  ***F***  ***H***  ***K***  ***D*** | |  | |
|  | | **a.**  **1,0đ** | Gọi    => M là trung điểm BC  ∆ABC có IM là đường trung bình  => AC//OO’ => ACOO’ là hình thang.  Có OC//O’B =>  (sole trong) (1)  ∆O’AB cân tại O’ (O’A =O’B = r) mà O’O là đường cao  => O’O là đường phân giác  (2)  Từ (1)(2)  => hình thang ACOO’ cân.  + Vẽ d là trục đối xứng của hình thang cân ACOO’.  => d là trung trực AC và OO’  ***O***  **1**  ***C***  ***A***  ***O***  ***O'***  ***d***  Vẽ trung trực AO’ cắt d tại O1  Có O1A= O1O’ (O1 trung trực AO’)  O1A= O1C (O1 d là trung trực AC)  O1O= O1O’ (O1 d là trung trực OO’)  => O1A= O1C= O1O= O1O’  => 4 điểm A, C, O, O’ một đường tròn (đpcm) | | **0,25**  **0,25**  **0,25**  **0,25** | |
|  | | **b.**  **1,0đ** | Vẽ  => H; K là trung điểm AE; AF  Kẻ  OH//O’K=> OHKO’ là hình thang  MD//OH//O’K và M là trung điểm OO’  => D là trung điểm HK  ∆MHK có MD là đường trung tuyến (D là trung điểm HK)  Đồng thời là đường cao => ∆MHK cân ở M => MH = MK  Vẽ Q đối xứng với A qua M do A và M cố định => Q cố định.  ∆AQE có MH là đường trung bình => QE = 2MH  ∆AQF có MK là đường trung bình => QF = 2MK  => QE = QF => Q  đường trung trực của EF  Vậy đường trung trực của EF luôn đi qua điểm cố định Q (đpcm) | | **0,25**  **0,25**  **0,25**  **0,25** | |
|  | | **2.**  **1,0đ** | Đường thẳng GI cắt AC, BC thứ tự tại M và N. Vì GI ⊥ IC và CI là tia phân giác góc C nên tam giác CMN cân tại C.  Gọi m, n thứ tự là độ dài các đường cao hạ từ G của tam giác GMC và GNC.  Ta có SCMN = SGMC + SGNC = m. CM: 2 + n. CN: 2 = CM.(m + n) : 2  Lại có SCMN = 2.SICM  = r.MC nên m + n = 2r với r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC.  Mặt khác vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên  3m + 3n = ha + hb = 6r với ha và hb thứ tự là độ dài các đường cao hạ từ A và B của tam giác ABC (1)  Lại có 2.SABC = (a + b + c). r = a.ha = b.hb  ⇒ ha = (a + b + c).r : a và hb = (a + b + c).r : b (2)  Từ (1) và (2) ⇒  Nên = 6 | | **0,25**  **0,25**  **0,25**  **0,25** | |
| **5.** | |  | với 2 ≤ x ≤ 6  Ta có      Đặt  Trước hết chứng minh: Với mọi a, b ≥ 0, ta luôn có  Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi a = 0 hoặc b = 0.  Áp dụng ta có =    (Vì 2 ≤ x ≤ 6)  Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi x= 6  Vậy . Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi x= 6 (1)  Áp dụng BĐT (ax+by) ≤ (a + b )(x + y )  Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi ay = bx  Ta có:  ⇒ A ≤ 10  Dấu “=” xảy ra  ⇔ x= (2)  Ta có    **Kết hợp với (1) ta có**  . Dấu “=” xảy ra khi x=6  Vậy giá trị nhỏ nhất của M là 60 khi x=6  **Kết hợp với (2) ta có**  Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi x=  Giá trị lớn nhất của M là khi x= . | | **0,25**  **0,25**  **0,25**  **0,25** | |